FFI0132 - Vibrações e Ondas

Prof: Philippe W. Courteille

Monitor: Rafael Lima: rafael.bruno.lima@usp.br

Lista de exercícios 1

1. Um bloco de massa M está conectado por uma mola de massa desprezível e constante elástica k, inicialmente relaxada. O sistema desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito. Então um deslocamento x é aplicado ao sistema, retirando-o de seu equilíbrio (desconsidere o comprimento natural da mola). Use as condições iniciais $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = v_0$.

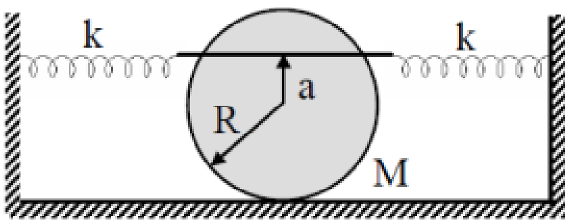
   a) Escreva e resolva a equação diferencial do sistema, encontrando a posição da massa M em função do tempo t, ou seja, $x(t)$ a partir da posição de equilíbrio. A resolução deve ser feita passo a passo. Dica: Como $x(t)$ deve ser uma solução real, use a propriedade $2Re[z] = z + z^*$.

   b) Faça a conexão entre as duas soluções possíveis $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$ e $x(t) = B_1\cos(\omega_0 t) + B_2\sin(\omega_0 t)$. Como as constantes A, ϕ, B_1 e B_2 se relacionam entre elas e com as condições iniciais.

   c) Escreva a energia total do sistema, ou seja, a energia cinética e potencial e mostre que a mesma é constante em função do tempo.

2. Uma partícula de massa M está suspensa por uma mola de constante elástica k e comprimento natural l_0, cuja massa é desprezível. A partícula é solta em repouso, com a mola relaxada. Tomando o eixo de Oz orientado verticalmente para baixo, com origem no teto, calcule a posição $z(t)$ da partícula.

3. Considere um cilindro preso por duas molas que roda sem deslizar como mostra abaixo. Calcule a freqüência para pequenas oscilações do sistema. Dado que o momento de inércia é $I = MR^2/2$.



4. Uma bola de massa M cai de uma altura h sobre o prato de uma balança de mola e fica grudado. A constante da mola é k e as massas da mola e prato podem ser desprezíveis.

   a) Qual a amplitude de oscilação do prato?

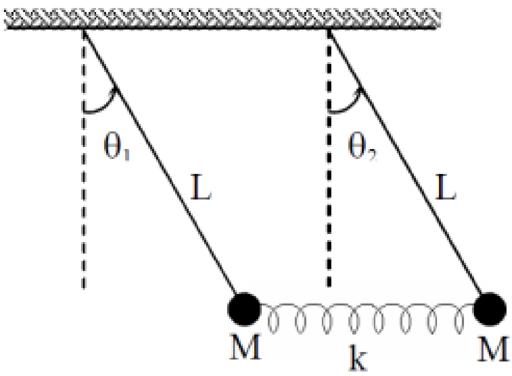
   b) Qual a energia total de oscilação?

5. Considere um sistema composto por dois pêndulos de massa M e comprimento L, acoplados por uma mola de constante elastica k, conforme a figura abaixo.

   a) Encontre as equações diferenciais para os ângulos θ_1 e θ_2.

   b) Definindo as coordenadas normais de vibração como $\alpha = \theta_1 - \theta_2$ e $\beta = \theta_1 + \theta_2$, encontre as equações diferenciais para α e β. Dica: some e subtraia as equações encontradas no item (a).

   c) Quais são as frequências angulares dos modos normais de vibração?



6. Uma bolinha de massa M e raio r rola sem deslizar sobre uma calha cilíndrica de raio $R \gg r$ com a condição de $\theta \ll 1$. Mostre que o movimento é harmônico simples e calcule a frequência algular ω_0.